时变信道OFDM系统的过采样增强接收方法

沙学军，王艺婷，房宵杰，王思涵
（哈尔滨工业大学电子与信息工程学院，黑龙江 哈尔滨 150001）

摘要：针对时变信道下正交频分复用（OFDM）频谱展宽引起的子载波正交性破坏、载波间干扰（ICI）增强以及常规频域均衡性能受限等问题，提出了接收端波形过采样的频域最小均方误差（MMSE）均衡方法。在不改变发射端条件下，接收端过采样能够捕获由多普勒扩展导致的带外频域能量泄漏，从而为后续频谱补偿提供更精细的修正依据；在此基础上，构造了改进的线性MMSE均衡器以抑制载波间干扰。理论分析与仿真表明，在5G NR TDL-C双选信道下，相较常规采样频域MMSE均衡，所提方法可有效降低误码率并提升链路鲁棒性，有助于进一步提升低空通信、地面高速移动等时变信道性能。

关键词：正交频分复用；过采样最小均方误差；多普勒频移；频域均衡；载波间干扰
中图分类号：TN92
文献标志码：A
doi：10.11959/j.issn.1000–436x.TXXB260185

Oversampling enhanced receiver method for OFDM systems over time-varying channels

Sha Xuejun, Wang Yiting, Fang Xiaojie, Wang Sihan
School of Electronics and Information Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China

Abstract: To address the destruction of subcarrier orthogonality, increased inter-carrier interference (ICI), and the limited performance of conventional frequency-domain equalization caused by orthogonal frequency-division multiplexing (OFDM) spectral broadening in time-varying channels, a frequency-domain minimum mean square error (MMSE) equalization method based on receiver-side waveform oversampling was proposed. Without changing the transmitter conditions, the receiver-side oversampled waveform captured the out-of-band spectral energy leakage caused by Doppler spread, thereby providing a finer basis for subsequent spectrum compensation. On this basis, an improved linear MMSE equalizer was constructed to suppress ICI. Theoretical analysis and simulations show that, under the 5G NR TDL-C doubly selective channel, compared with conventional sampled frequency-domain MMSE equalization, the proposed method effectively reduces the bit error rate and improves link robustness, which is helpful for further improving the performance of time-varying channels such as low-altitude communications and high-speed ground mobility.

Key words: OFDM, oversampling-MMSE, Doppler spread, frequency-domain equalization, ICI

0 引言

随着低空通信、高速地面通信等高机动业务的快速发展，信道链路中的多普勒扩展显著增强，信道呈现更强的时频选择性。在较强时变场景下，正交频分复用（orthogonal frequency-division multiplexing，OFDM）系统的子载波正交性受到破坏，

收稿日期：2026–04–08；修回日期：2026–06–16
通信作者：沙学军，shaxuejun@hit.edu.cn
基金项目：国家自然科学基金区域联合重点项目（No.U23A20278）；石家庄市市级科技计划（No.2477916307A）
Foundation Items: The Key Program of the Regional Joint Fund of the National Natural Science Foundation of China (No.U23A20278), Shijiazhuang Municipal Science and Technology Program (No.2477916307A)

原本集中于目标子载波的信号能量将泄漏至相邻子载波，从而产生子载波间干扰（inter-carrier interference，ICI），导致系统检测性能劣化[1]。

作为第五代移动通信新空口（5G new radio，5G NR）物理层的核心多载波体制，OFDM由于具有频谱利用率高、实现复杂度较低以及接收机结构成熟等优势，已广泛应用于蜂窝移动通信及多种宽带无线系统中。然而，在中高多普勒场景下，ICI已成为限制OFDM系统性能的重要因素之一[1]。

1　相关工作

1.1　现存工作

围绕双选信道下OFDM系统的ICI抑制问题，现有研究主要可分为两类：一类是在既定采样框架下，通过双选信道建模、参数估计与均衡器设计抑制ICI[2]；另一类则通过引入过采样结构，提高接收端对双选信道作用后接收样本信息的利用程度，从而改善系统检测性能。

对于第一类方法，相关研究主要在既定采样条件下挖掘双选信道的时频结构特征，并据此改进信道估计与频域均衡。文献[3]针对OFDM在双选衰落信道中的均衡问题，建立了考虑ICI的频域接收模型，并基于最小均方误差（minimum mean square error，MMSE）准则设计接收机，在不改变接收结构的前提下实现了ICI抑制。文献[4]将时变信道表示为少量时变系数的线性组合，并结合导频实现双选信道估计，为后续均衡与检测提供基础。近年来，围绕既定采样条件下的导频辅助估计与频域均衡，相关研究持续发展[5]。总体而言，这类方法并未改变接收端可利用的原始采样信息，其ICI抑制能力本质上仍受限于既有采样信息，在高速移动场景下，性能提升往往伴随着检测复杂度显著增加[6]。

除在既有采样框架内改进均衡器设计外，部分研究开始从接收采样处理角度提升系统性能。文献[7]采用接收端时域过采样与频域处理构建二维多普勒–频域表示，实现多径与多普勒分集，并设计多普勒域判决反馈均衡器以抑制双选信道干扰。文献[8]进一步提出分数间隔频域MMSE接收机，通过提高频域采样密度增强对频域相关信息的利用，从而提升多径频率分集获取能力。此后，过采样接收思想在水声通信中得到较为系统的发展，并沿时域过采样与频域过采样两条技术路线持续演进，进一步扩展至循环前缀正交频分复用（cyclic prefix orthogonal frequency-division multiplexing，CP-OFDM）、正交信号复用（orthogonal signal-division multiplexing，OSDM）等多种传输体制[9-14]。尽管已有研究表明过采样接收有助于增强系统检测能力，但已有研究多面向水声通信或频率选择性衰落场景，与5G NR高多普勒CP-OFDM系统在信道特性和接收机设计目标上仍存在差异。

因此，面向5G NR CP-OFDM中高多普勒双选信道，如何在尽量兼容现有接收结构并控制复杂度增长的前提下，通过接收端过采样获取更丰富的接收样本信息，并增强ICI抑制性能，仍有待进一步研究。

1.2　本文工作

针对上述问题，本文提出一种面向中高多普勒双选信道的OFDM接收增强方法。该方法在不改变发射端结构的条件下，仅在接收端引入时域过采样，以提高接收信号的采样分辨率并获取更丰富的接收样本信息，进而结合线性频域MMSE均衡实现ICI抑制。最后，基于5G NR抽头延迟线（tapped delay line，TDL）信道模型，对所提方法在不同多普勒条件下的误码率（bit error ratio，BER）性能进行仿真验证与分析。本文的主要工作如下。

（1）提出一种接收端结合时域过采样和最小均方误差接收增强（oversampling-MMSE，OS-MMSE）方法，在不改变发射端结构的条件下，不再仅保留满足常规奈奎斯特采样率的离散接收样本，而是进一步利用接收端过采样输出中原本被丢弃的附加信息，进而提升信号恢复质量。

（2）构建一种与线性频域MMSE均衡相结合的接收结构，利用过采样引入的附加采样信息提升双选信道条件下的ICI抑制能力。

（3）基于5G NR TDL双选信道模型对所提方法进行仿真验证，结果表明，该方法在中高多普勒场景下能够有效改善BER性能，并保持可接受的复杂度增长。

为避免符号歧义，本文统一约定：l为离散时延抽头索引，n为离散时间采样索引，m为OFDM符号索引，k为子载波索引，μ为过采样因子。

2　预备知识

2.1　OFDM系统发射信号模型

本文考虑OFDM传输系统的离散时间复基带

等效模型。由于所提方法仅在接收端引入过采样处理和MMSE均衡，发射端处理流程与常规OFDM系统一致，如图1所示。

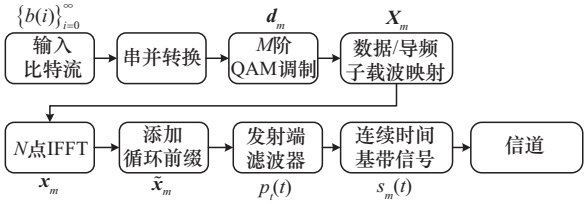

图1 常规OFDM发射信号形成过程

设输入二进制比特流为$\{b(i)\}_{i=0}^{\infty}$，系统总子载波数为N，其中有N_{d}个数据子载波，N_{p}个导频子载波，其余子载波作为直流或保护子载波置零。

输入比特流经串并转换和M阶正交幅度调制后，得到第m个OFDM符号的数据符号向量$\boldsymbol{d}_m \in \mathbb{C}^{N_{\mathrm{d}} \times 1}$和导频符号向量$\boldsymbol{p}_m \in \mathbb{C}^{N_{\mathrm{p}} \times 1}$，并将直流子载波与保护子载波置零，构造频域OFDM符号向量$\boldsymbol{X}_m \in \mathbb{C}^{N \times 1}$。对$\boldsymbol{X}_m$进行$N$点逆快速傅里叶变换（inverse fast Fourier transform，IFFT），得到时域OFDM符号$\boldsymbol{x}_m \in \mathbb{C}^{N \times 1}$。

设OFDM有效符号时长为T，循环前缀（cyclic prefix，CP）时长为T_{cp}，则基准采样间隔为$T_{\mathrm{s}} = \dfrac{T}{N}$，且$T_{\mathrm{cp}} = N_{\mathrm{cp}} T_{\mathrm{s}}$。在发送端，将$\boldsymbol{x}_m$的最后$N_{\mathrm{cp}}$个采样复制到符号前端，形成CP。令$\boldsymbol{x}_{m,\mathrm{cp}}$表示该CP部分，则带CP的离散时域发射块可写为：

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_{m,\mathrm{cp}} &= \left[x_m\left[N - N_{\mathrm{cp}}\right], \cdots, x_m[N-1]\right]^{\mathrm{T}} \\ \tilde{\boldsymbol{x}}_m &= \left[\boldsymbol{x}_{m,\mathrm{cp}}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{x}_m^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}} \end{aligned} \tag{1}$$

为便于后续建模，将$\tilde{\boldsymbol{x}}_m$的样值按$n = -N_{\mathrm{cp}}, \cdots, N-1$重新编号，记对应样值为$\tilde{x}_m[n]$，发射端滤波器为$p_t(t)$，单个含CP的OFDM符号总时长为$T_0 = T + T_{\mathrm{cp}}$，则第$m$个OFDM符号对应的连续时间复基带发射信号可写为：

$$s_m(t) = \sum_{n=-N_{\mathrm{cp}}}^{N-1} \tilde{x}_m[n]\, p_t\left(t - mT_0 - nT_{\mathrm{s}}\right) \tag{2}$$

进一步地，发射端输出的连续时间复基带信号可写为：

$$s(t) = \sum_m s_m(t) \tag{3}$$

2.2 OFDM系统接收信号模型

为构造接收端过采样模型，先以常规采样OFDM接收机作为基线，其处理流程如图2所示。

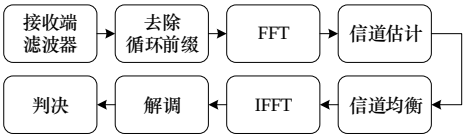

图2 常规采样OFDM接收端处理流程

设连续时间复基带信号$s(t)$经无线双选信道、下变频与接收滤波后得到接收信号$y(t)$，记从发射端连续时间复基带信号$s(t)$到接收端滤波后连续时间复基带信号$y(t)$的等效时变冲激响应为$h_c(t,\tau)$，经接收滤波后的噪声为$\eta(t)$，则有：

$$y(t) = \int h_c(t,\tau)\, s(t-\tau)\, \mathrm{d}\tau + \eta(t) \tag{4}$$

其中，$h_c(t,\tau)$关于t和τ的变化分别反映信道的时间选择性和频率选择性。

对$y(t)$同步并以T_{s}采样后，可得离散时间复基带模型。设$x[n]$为带CP的OFDM发射块按时间顺序拼接形成的发送序列，$y[n]$和$v[n]$分别为接收和噪声序列，$h[n,l]$为由收发滤波器、连续时间等效信道$h_c(t,\tau)$及采样共同决定的离散时变信道抽头，其中l为离散时延索引，L为有效抽头长度，则有：

$$y[n] = \sum_{l=0}^{L-1} h[n,l]\, x[n-l] + v[n] \tag{5}$$

其中，$l = 0,1,\cdots,L-1$，$L-1$为最大离散时延索引。

接收端将离散接收序列按OFDM符号分块，对第m个接收块去除CP并进行N点快速傅里叶变换（fast fourier transform，FFT），得到频域接收向量$\boldsymbol{Y}_m \in \mathbb{C}^{N \times 1}$。记第$m$个OFDM符号的频域发射向量为$\boldsymbol{X}_m \in \mathbb{C}^{N \times 1}$，频域噪声向量为$\boldsymbol{V}_m \in \mathbb{C}^{N \times 1}$，对应块内频域等效信道矩阵为$\boldsymbol{G}_m \in \mathbb{C}^{N \times N}$，则其块内频域模型可写为：

$$\boldsymbol{Y}_m = \boldsymbol{G}_m \boldsymbol{X}_m + \boldsymbol{V}_m \tag{6}$$

高移动双选信道条件下，$\boldsymbol{G}_m$一般呈非对角结构，其非对角元素对应ICI。基于此，本文进一步构造接收端过采样模型，并分析其对ICI抑制及检测性能的影响。

3　基于MMSE准则的过采样重构增强方法

在高速移动场景下，多普勒扩展会导致OFDM接收信号频谱展宽，加剧ICI。接收端过采样不改变发射端结构和子载波间隔，仅提高接收端采样率以扩大接收端数字域可处理的频谱范围。在接收模拟前端带宽允许的前提下，过采样可保留更多由多普勒扩展引起的频谱分量，使常规采样条件下落在数字处理范围之外的频谱分量进入后续处理过程。图3给出了常规采样与2倍过采样下的频谱覆盖示意。可以看出，过采样可为后续均衡提供更充分的信息。下面建立过采样离散信道模型，并构造相应的MMSE均衡器。

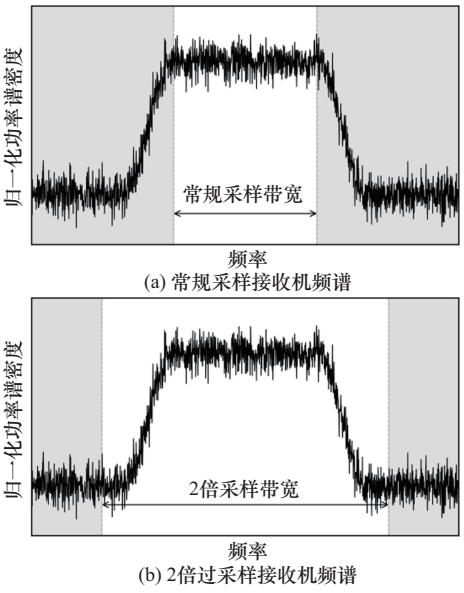

图3　常规采样与2倍过采样条件下的频谱覆盖示意

3.1　所提方法过采样接收结构

图4给出了本文所提过采样接收增强方案的整体结构。与常规采样OFDM系统相比，本文方案不改变发射端结构、OFDM有效符号时长T及子载波间隔$\Delta f=\dfrac{1}{T}$，仅提高接收端采样率，获得更高采样率下的离散接收序列，并在此基础上进行MMSE重构增强。

设常规采样间隔为$T_{\mathrm{s}}=\dfrac{T}{N}$，采样率为$f_{\mathrm{s}}=\dfrac{1}{T_{\mathrm{s}}}$，在$\mu$倍过采样条件下，接收端采样间隔变为$\dfrac{T_{\mathrm{s}}}{\mu}$，对应采样率提升为$\mu f_{\mathrm{s}}$。考虑信道时变引起的多普勒扩展后，接收信号的有效频谱将在原OFDM带宽B的基础上向两侧扩展约f_{d}。因此，为尽可能覆盖多普勒扩展后的有效频域分量，过采样率通常应满足：

$$\mu f_{\mathrm{s}} \geqslant B+2f_{\mathrm{d}} \tag{7}$$

其中，B为OFDM信号原始带宽，f_{d}为最大多普勒频移。式(7)给出了过采样因子与多普勒展宽范围之间的近似关系，本质上反映了接收端数字处理带宽对扩展频谱的覆盖要求。

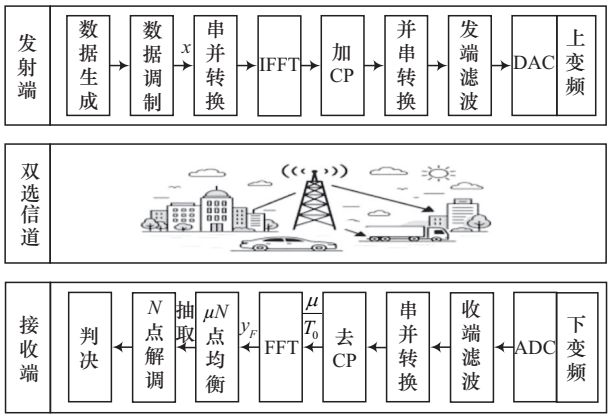

图4　基于MMSE准则的过采样接收增强方案的系统整体结构

记第m个OFDM符号去CP后的连续时间基带信号为$x_m(t)$，则在常规采样和μ倍过采样条件下，离散时域表示分别为$x_m[n]=x_m(nT_{\mathrm{s}})$，$n=0,1,\cdots,N-1$和$x_m^{(\mathrm{os})}[n]=x_m\left(\dfrac{nT_{\mathrm{s}}}{\mu}\right)$，$n=0,1,\cdots,\mu N-1$。因此，$\boldsymbol{x}_m$与$\boldsymbol{x}_m^{(\mathrm{os})}$来自同一连续时间发射信号，仅采样率不同，并非不同的发射符号。同时，由于OFDM子载波间隔不变，数据子载波和导频子载波对应的物理频率也不发生变化。

沿用前文连续时间双选信道$h_c(t,\tau)$定义，将式(4)按过采样间隔$\dfrac{T_{\mathrm{s}}}{\mu}$离散化，得到$\mu$倍过采样下的离散等效信道抽头为$h^{(\mathrm{os})}[n,l]$，此时接收端获得的过采样时域基带信号满足：

$$y^{(\mathrm{os})}[n]=\sum_{l=0}^{L^{(\mathrm{os})}-1}h^{(\mathrm{os})}[n,l]x^{(\mathrm{os})}[n-l]+v^{(\mathrm{os})}[n] \tag{8}$$

其中，$L^{(\mathrm{os})}$为μ倍过采样下的有效离散时延长度，$x^{(\mathrm{os})}[n]$为发射信号在μ倍过采样下的离散表示，$v^{(\mathrm{os})}[n]$为对应的离散噪声序列，$h^{(\mathrm{os})}[n,l]$依赖时间索引，该模型描述的是块内时变信道，即同一OFDM符号时间内信道抽头随过采样时刻变化。

接收端完成同步后，将$y^{(\mathrm{os})}[n]$按OFDM符号

分块，第 m 个OFDM符号过采样接收块去除CP后可得到有效接收向量 $\boldsymbol{y}_m^{(\mathrm{os})} \in \mathbb{C}^{\mu N \times 1}$。类似地，记 $\boldsymbol{x}_m^{(\mathrm{os})} \in \mathbb{C}^{\mu N \times 1}$ 与 $\boldsymbol{v}_m^{(\mathrm{os})} \in \mathbb{C}^{\mu N \times 1}$ 分别表示第 m 个OFDM符号对应的过采样发射向量与噪声向量，则第 m 个符号块内的时域离散输入输出关系可写为：

$$\boldsymbol{y}_m^{(\mathrm{os})} = \boldsymbol{H}_m^{(\mathrm{os})} \boldsymbol{x}_m^{(\mathrm{os})} + \boldsymbol{v}_m^{(\mathrm{os})} \tag{9}$$

其中，$\boldsymbol{H}_m^{(\mathrm{os})} \in \mathbb{C}^{\mu N \times \mu N}$ 为第 m 个OFDM符号对应的块内过采样时域等效信道，其元素由双选信道时变抽头系数与CP引入的周期延拓决定，可写为：

$$\left[\boldsymbol{H}_m^{(\mathrm{os})}\right]_{i,j} = \sum_{q=0}^{P} h^{(\mathrm{os})}\left[n_{m,i}, i - j + q\mu N\right] \tag{10}$$

其中，$0 \leqslant i,j \leqslant \mu N - 1$，$n_{m,i}$ 表示第 m 个有效接收块中第 i 个过采样点对应的离散时间索引，P 为满足有效时延范围约束的有限求和上界。由于 $h^{(\mathrm{os})}[n,l] = 0$，$l \notin \left[0, L^{(\mathrm{os})} - 1\right]$，因此求和中实际仅保留满足有效时延条件的有限项。

进一步地，对 $\boldsymbol{y}_m^{(\mathrm{os})}$ 进行 μN 点DFT，可得到第 m 个符号对应的过采样频域接收向量：

$$\boldsymbol{Y}_m^{(\mathrm{os})} = \boldsymbol{F}_{\mu N} \boldsymbol{y}_m^{(\mathrm{os})} \tag{11}$$

其中，$\boldsymbol{F}_{\mu N} \in \mathbb{C}^{\mu N \times \mu N}$ 表示 μN 点单位化DFT矩阵，满足 $\boldsymbol{F}_{\mu N}^{-1} = \boldsymbol{F}_{\mu N}^{\mathrm{H}}$。将式(9)代入式(11)，有：

$$\boldsymbol{Y}_m^{(\mathrm{os})} = \boldsymbol{G}_m^{(\mathrm{os})} \boldsymbol{X}_m^{(\mathrm{os})} + \boldsymbol{V}_m^{(\mathrm{os})} \tag{12}$$

其中，$\boldsymbol{X}_m^{(\mathrm{os})} \triangleq \boldsymbol{F}_{\mu N} \boldsymbol{x}_m^{(\mathrm{os})} \in \mathbb{C}^{\mu N \times 1}$ 和 $\boldsymbol{V}_m^{(\mathrm{os})} \triangleq \boldsymbol{F}_{\mu N} \boldsymbol{v}_m^{(\mathrm{os})} \in \mathbb{C}^{\mu N \times 1}$ 分别表示第 m 个OFDM符号在 μ 倍过采样下的过采样频域表示和对应的噪声频域向量，$\boldsymbol{G}_m^{(\mathrm{os})} \in \mathbb{C}^{\mu N \times \mu N}$ 定义为：

$$\boldsymbol{G}_m^{(\mathrm{os})} \triangleq \boldsymbol{F}_{\mu N} \boldsymbol{H}_m^{(\mathrm{os})} \boldsymbol{F}_{\mu N}^{\mathrm{H}} \tag{13}$$

由于信道具有时频双选特性，$\boldsymbol{G}_m^{(\mathrm{os})}$ 一般为非对角矩阵，其非对角项反映了不同频率分量之间的串扰；回到原始OFDM子载波维度时，该串扰表现为ICI。上述模型为后续基于MMSE准则的重构增强与检测提供了基础。

3.2　所提方法MMSE均衡

为抑制高速移动场景下多普勒扩展引起的ICI，本文以第 m 个OFDM符号的数据符号向量 $\boldsymbol{d}_m \in \mathbb{C}^{N_{\mathrm{d}} \times 1}$ 为估计目标，在 μN 维过采样频域接收向量上构造线性MMSE均衡器。

设原始 N 点OFDM频域中数据子载波和导频子载波索引集合分别为 $\mathcal{D} = \left\{d_1, d_2, \cdots, d_{N_{\mathrm{d}}}\right\}$ 和 $\mathcal{P} = \left\{p_1, p_2, \cdots, p_{N_{\mathrm{p}}}\right\}$，由于常规采样与过采样对应于同一连续时间OFDM发射符号，数据子载波和导频子载波所对应的物理频率保持不变，在 μN 点过采样频域中，其对应离散索引集合分别为 $\mathcal{D}^{(\mathrm{os})} = \left\{\kappa_{\mathrm{d},1}, \kappa_{\mathrm{d},2}, \cdots, \kappa_{\mathrm{d},N_{\mathrm{d}}}\right\}$ 和 $\mathcal{P}^{(\mathrm{os})} = \left\{\kappa_{\mathrm{p},1}, \kappa_{\mathrm{p},2}, \cdots, \kappa_{\mathrm{p},N_{\mathrm{p}}}\right\}$，$\boldsymbol{e}_k^{(\mu N)} \in \{0,1\}^{\mu N \times 1}$ 为对应位置的标准基向量。则数据子载波映射矩阵和导频子载波映射矩阵分别定义为：

$$\boldsymbol{P}_{\mathrm{d}}^{(\mathrm{os})} = \left[\boldsymbol{e}_{\kappa_{\mathrm{d},1}}^{(\mu N)}, \boldsymbol{e}_{\kappa_{\mathrm{d},2}}^{(\mu N)}, \cdots, \boldsymbol{e}_{\kappa_{\mathrm{d},N_{\mathrm{d}}}}^{(\mu N)}\right] \in \{0,1\}^{\mu N \times N_{\mathrm{d}}} \tag{14}$$

$$\boldsymbol{P}_{\mathrm{p}}^{(\mathrm{os})} = \left[\boldsymbol{e}_{\kappa_{\mathrm{p},1}}^{(\mu N)}, \boldsymbol{e}_{\kappa_{\mathrm{p},2}}^{(\mu N)}, \cdots, \boldsymbol{e}_{\kappa_{\mathrm{p},N_{\mathrm{p}}}}^{(\mu N)}\right] \in \{0,1\}^{\mu N \times N_{\mathrm{p}}} \tag{15}$$

上述映射矩阵仅用于刻画常规 N 点频域表示与过采样后 μN 点频域表示之间的频率对应关系。该定义不增加数据或导频子载波，也不改变原有频域资源分配，而是保证过采样接收模型中各子载波物理频率的一致性。

于是，第 m 个OFDM符号在 μN 点过采样频域上的离散表示可写为：

$$\boldsymbol{X}_m^{(\mathrm{os})} = \boldsymbol{P}_{\mathrm{d}}^{(\mathrm{os})} \boldsymbol{d}_m + \boldsymbol{P}_{\mathrm{p}}^{(\mathrm{os})} \boldsymbol{p}_m \tag{16}$$

其中，$\boldsymbol{X}_m^{(\mathrm{os})}$ 并非新的物理发射符号，而是同一连续时间OFDM符号在 μN 点过采样频域上的离散表示。

将式(16)代入式(12)，可得第 m 个OFDM符号在 μN 点过采样频域上的接收模型为：

$$\boldsymbol{Y}_m^{(\mathrm{os})} = \boldsymbol{G}_m^{(\mathrm{os})} \boldsymbol{P}_{\mathrm{d}}^{(\mathrm{os})} \boldsymbol{d}_m + \boldsymbol{G}_m^{(\mathrm{os})} \boldsymbol{P}_{\mathrm{p}}^{(\mathrm{os})} \boldsymbol{p}_m + \boldsymbol{V}_m^{(\mathrm{os})} \tag{17}$$

其中，$\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})} \triangleq \boldsymbol{G}_m^{(\mathrm{os})} \boldsymbol{P}_{\mathrm{d}}^{(\mathrm{os})} \in \mathbb{C}^{\mu N \times N_{\mathrm{d}}}$，$\boldsymbol{G}_{\mathrm{p},m}^{(\mathrm{os})} \triangleq \boldsymbol{G}_m^{(\mathrm{os})} \boldsymbol{P}_{\mathrm{p}}^{(\mathrm{os})} \in \mathbb{C}^{\mu N \times N_{\mathrm{p}}}$。在已估计 $\boldsymbol{G}_m^{(\mathrm{os})}$ 的条件下，由于导频符号 $\boldsymbol{p}_m$ 在接收端已知，可将导频项从接收向量中扣除，得到仅与数据符号相关的等效接收模型：

$$\tilde{\boldsymbol{Y}}_m^{(\mathrm{os})} = \boldsymbol{Y}_m^{(\mathrm{os})} - \boldsymbol{G}_m^{(\mathrm{os})} \boldsymbol{P}_{\mathrm{p}}^{(\mathrm{os})} \boldsymbol{p}_m = \boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})} \boldsymbol{d}_m + \boldsymbol{V}_m^{(\mathrm{os})} \tag{18}$$

其中，$\tilde{\boldsymbol{Y}}_m^{(\mathrm{os})} \in \mathbb{C}^{\mu N \times 1}$ 表示扣除导频项后的过采样等效接收向量。

本文的均衡器以第 m 个OFDM符号的数据符号向量 $\boldsymbol{d}_m \in \mathbb{C}^{N_{\mathrm{d}} \times 1}$ 为估计目标，而非直接恢复过采样频域向量。据此，定义数据符号估计的MMSE均衡矩阵 $\boldsymbol{W}_{\mathrm{MMSE},m}^{(\mathrm{os})} \in \mathbb{C}^{N_{\mathrm{d}} \times \mu N}$，在扣除导频项且过采样等效信道矩阵 $\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}$ 已估计的条件下，其设计目标为：

$$\boldsymbol{W}_{\mathrm{MMSE},m}^{(\mathrm{os})}=\arg\min_{\boldsymbol{W}}\mathbb{E}\left\{\left\|\boldsymbol{d}_m-\boldsymbol{W}\tilde{\boldsymbol{Y}}_m^{(\mathrm{os})}\right\|_2^2\right\} \tag{19}$$

其中，$\mathbb{E}\{\cdot\}$表示数学期望，$\|\cdot\|_2$表示二范数。该均衡器用于将扣除导频后的过采样接收信号转换为原始数据子载波上的判决前估计值。相比常规采样MMSE均衡，该方法使每个数据子载波的估计能够利用更多接收样本，从而减弱多普勒扩展引起的ICI及噪声影响。

定义数据符号向量的协方差矩阵为$\boldsymbol{R}_{dd}=\mathbb{E}\{\boldsymbol{d}_m\boldsymbol{d}_m^H\}\in\mathbb{C}^{N_\mathrm{d}\times N_\mathrm{d}}$，噪声协方差矩阵为$\boldsymbol{R}_{VV}^{(\mathrm{os})}=\mathbb{E}\left\{\boldsymbol{V}_m^{(\mathrm{os})}\left(\boldsymbol{V}_m^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}}\right\}\in\mathbb{C}^{\mu N\times\mu N}$，则等效接收向量的协方差矩阵$\boldsymbol{R}_{\tilde{Y}\tilde{Y},m}^{(\mathrm{os})}\in\mathbb{C}^{\mu N\times\mu N}$可写为：

$$\boldsymbol{R}_{\tilde{Y}\tilde{Y},m}^{(\mathrm{os})}=\mathbb{E}\left\{\tilde{\boldsymbol{Y}}_m^{(\mathrm{os})}\left(\tilde{\boldsymbol{Y}}_m^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}}\right\}=\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\boldsymbol{R}_{dd}\left(\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}}+\boldsymbol{R}_{VV}^{(\mathrm{os})} \tag{20}$$

在数据符号向量与噪声向量统计独立的条件下，其互协方差矩阵$\boldsymbol{R}_{d\tilde{Y},m}^{(\mathrm{os})}\in\mathbb{C}^{N_\mathrm{d}\times\mu N}$为：

$$\boldsymbol{R}_{d\tilde{Y},m}^{(\mathrm{os})}=\mathbb{E}\left\{\boldsymbol{d}_m^{(\mathrm{os})}\left(\tilde{\boldsymbol{Y}}_m^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}}\right\}=\boldsymbol{R}_{dd}\left(\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}} \tag{21}$$

由经典线性MMSE估计理论，最优均衡矩阵为：

$$\boldsymbol{W}_{\mathrm{MMSE},m}^{(\mathrm{os})}=\boldsymbol{R}_{d\tilde{Y},m}^{(\mathrm{os})}\left(\boldsymbol{R}_{\tilde{Y}\tilde{Y},m}^{(\mathrm{os})}\right)^{-1} \tag{22}$$

进一步地，若数据符号各分量独立同分布且等功率，有$\boldsymbol{R}_{dd}=\sigma_d^2\mathbf{I}_{N_\mathrm{d}}$，其中，$\sigma_d^2$表示数据符号平均功率。此时，式(22)可进一步化简为：

$$\boldsymbol{W}_{\mathrm{MMSE},m}^{(\mathrm{os})}=\sigma_d^2\left(\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}}\left(\sigma_d^2\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\left(\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}}+\boldsymbol{R}_{VV}^{(\mathrm{os})}\right)^{-1} \tag{23}$$

利用矩阵恒等式$(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{AB})^{-1}\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{BA})^{-1}$以及$\boldsymbol{R}_{VV}^{(\mathrm{os})}$的可逆性，可将式(23)改写为：

$$\boldsymbol{W}_{\mathrm{MMSE},m}^{(\mathrm{os})}=\left(\left(\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}}\left(\boldsymbol{R}_{VV}^{(\mathrm{os})}\right)^{-1}\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}+\sigma_d^{-2}\boldsymbol{I}_{N_\mathrm{d}}\right)^{-1}\left(\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}}\left(\boldsymbol{R}_{VV}^{(\mathrm{os})}\right)^{-1} \tag{24}$$

于是，第m个OFDM符号的数据符号估计向量$\hat{\boldsymbol{d}}_m^{(\mathrm{os})}\in\mathbb{C}^{N_\mathrm{d}\times 1}$可表示为：

$$\hat{\boldsymbol{d}}_m^{(\mathrm{os})}=\boldsymbol{W}_{\mathrm{MMSE},m}^{(\mathrm{os})}\tilde{\boldsymbol{Y}}_m^{(\mathrm{os})} \tag{25}$$

相应地，其估计误差向量$\boldsymbol{e}_m^{(\mathrm{os})}\in\mathbb{C}^{N_\mathrm{d}\times 1}$定义为：

$$\boldsymbol{e}_m^{(\mathrm{os})}=\boldsymbol{d}_m-\hat{\boldsymbol{d}}_m^{(\mathrm{os})} \tag{26}$$

基于上述定义，后续将围绕数据子载波集合上的误差协方差与平均MSE展开性能分析。

4　性能分析

4.1　平均均方误差分析

基于3.2节建立的过采样系统模型，将式(18)和式(25)代入式(26)中可得：

$$\boldsymbol{e}_m^{(\mathrm{os})}=\left(\boldsymbol{I}_{N_\mathrm{d}}-\boldsymbol{W}_{\mathrm{MMSE},m}^{(\mathrm{os})}\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\right)\boldsymbol{d}_m-\boldsymbol{W}_{\mathrm{MMSE},m}^{(\mathrm{os})}\boldsymbol{V}_m^{(\mathrm{os})} \tag{27}$$

过采样系统的误差协方差矩阵$\boldsymbol{R}_{e,m}^{(\mathrm{os})}\in\mathbb{C}^{N_\mathrm{d}\times N_\mathrm{d}}$为：

$$\boldsymbol{R}_{e,m}^{(\mathrm{os})}=\mathbb{E}\left\{\boldsymbol{e}_m^{(\mathrm{os})}\left(\boldsymbol{e}_m^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}}\right\} \tag{28}$$

由于$\boldsymbol{d}_m$与$\boldsymbol{V}_m^{(\mathrm{os})}$统计独立，交叉项为零，可得：

$$\boldsymbol{R}_{e,m}^{(\mathrm{os})}=\left(\boldsymbol{I}_{N_\mathrm{d}}-\boldsymbol{W}_{\mathrm{MMSE},m}^{(\mathrm{os})}\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\right)\boldsymbol{R}_{dd}\left(\boldsymbol{I}_{N_\mathrm{d}}-\boldsymbol{W}_{\mathrm{MMSE},m}^{(\mathrm{os})}\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}}+\boldsymbol{W}_{\mathrm{MMSE},m}^{(\mathrm{os})}\boldsymbol{R}_{VV}^{(\mathrm{os})}\left(\boldsymbol{W}_{\mathrm{MMSE},m}^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}} \tag{29}$$

将最优MMSE估计矩阵代入式(29)，并利用$\boldsymbol{R}_{d\tilde{Y},m}^{(\mathrm{os})}=\boldsymbol{R}_{dd}\left(\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}}$、$\boldsymbol{R}_{\tilde{Y}\tilde{Y},m}^{(\mathrm{os})}=\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\boldsymbol{R}_{dd}\left(\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}}+\boldsymbol{R}_{VV}^{(\mathrm{os})}$，其中，$\tilde{\boldsymbol{Y}}_m^{(\mathrm{os})}\in\mathbb{C}^{\mu N\times 1}$为扣除导频项后的过采样等效接收向量，式(29)可化为：

$$\boldsymbol{R}_{e,m}^{(\mathrm{os})}=\boldsymbol{R}_{dd}-\boldsymbol{R}_{d\tilde{Y},m}^{(\mathrm{os})}\left(\boldsymbol{R}_{\tilde{Y}\tilde{Y},m}^{(\mathrm{os})}\right)^{-1}\boldsymbol{R}_{\tilde{Y}d,m}^{(\mathrm{os})} \tag{30}$$

在数据符号各分量独立同分布且等功率的假设下，有$\boldsymbol{R}_{dd}=\sigma_d^2\boldsymbol{I}_{N_\mathrm{d}}$。由于$\sigma_d^2>0$且$\boldsymbol{R}_{VV}^{(\mathrm{os})}$为Hermitian正定矩阵，故$\left(\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}}\left(\boldsymbol{R}_{VV}^{(\mathrm{os})}\right)^{-1}\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}$为Hermitian半正定矩阵，从而$\frac{1}{\sigma_d^2}\boldsymbol{I}_{N_\mathrm{d}}+\left(\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}}\left(\boldsymbol{R}_{VV}^{(\mathrm{os})}\right)^{-1}\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}$为Hermitian正定矩阵，因此可逆。基于Sherman-Morrison-Woodbury矩阵求逆公式[15]，可得：

$$\boldsymbol{R}_{e,m}^{(\mathrm{os})}=\left(\frac{1}{\sigma_d^2}\boldsymbol{I}_{N_\mathrm{d}}+\left(\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}}\left(\boldsymbol{R}_{VV}^{(\mathrm{os})}\right)^{-1}\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\right)^{-1} \tag{31}$$

同理，对于常规采样系统，扣除已知导频项后，其等效接收模型可写为：

$$\tilde{\boldsymbol{Y}}_m=\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}\boldsymbol{d}_m+\boldsymbol{V}_m \tag{32}$$

其中，$\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}=\boldsymbol{G}_m\boldsymbol{P}_\mathrm{d}\in\mathbb{C}^{N\times N_\mathrm{d}}$，$\tilde{\boldsymbol{Y}}_m\in\mathbb{C}^{N\times 1}$，$\boldsymbol{V}_m\in\mathbb{C}^{N\times 1}$。定义$\boldsymbol{R}_{VV}=\mathbb{E}\{\boldsymbol{V}_m\boldsymbol{V}_m^{\mathrm{H}}\}$，则常规采样方案的误差协方差矩阵$\boldsymbol{R}_{e,m}\in\mathbb{C}^{N_\mathrm{d}\times N_\mathrm{d}}$可类似写为：

$$\boldsymbol{R}_{e,m}=\left(\frac{1}{\sigma_d^2}\boldsymbol{I}_{N_\mathrm{d}}+\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_{VV}^{-1}\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}\right)^{-1} \tag{33}$$

下面进一步比较两种方案的MSE性能。由于二者对应同一连续时间接收信号在不同采样率下的离散表示，因此，过采样接收向量可划分为常规采样时刻对应的接收分量和附加采样时刻对应的接收分量。相应地，可将过采样系统中的等效信道矩阵和噪声协方差矩阵分别写为分块形式：

$$\tilde{\boldsymbol{Y}}_m^{(\mathrm{os})}=\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{Y}}_m\\ \tilde{\boldsymbol{Y}}_m^{(\Delta)}\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}\\ \boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\Delta)}\end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{R}_{VV}^{(\mathrm{os})}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_{VV} & \boldsymbol{R}_{VV}^{(\Delta)}\\ \left(\boldsymbol{R}_{VV}^{(\Delta)}\right)^{\mathrm{H}} & \boldsymbol{R}_{VV}^{(\Delta\Delta)}\end{bmatrix} \tag{34}$$

其中，$\tilde{\boldsymbol{Y}}_m^{(\Delta)}$和$\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\Delta)}$分别为附加采样时刻对应的接收分量和等效映射矩阵，$\boldsymbol{R}_{VV}$为常规采样部分的噪声协方差矩阵，$\boldsymbol{R}_{VV}^{(\Delta\Delta)}$为附加采样部分的噪声协方差矩阵，刻画两部分噪声之间的相关性。记$\boldsymbol{S}_{\Delta,m}=\boldsymbol{R}_{VV}^{(\Delta\Delta)}-\left(\boldsymbol{R}_{VV}^{(\Delta)}\right)^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_{VV}^{-1}\boldsymbol{R}_{VV}^{(\Delta)}$，利用Schur补对应的分块矩阵求逆公式[16]，可得$\left(\boldsymbol{R}_{VV}^{(\mathrm{os})}\right)^{-1}$的表达式，进一步得到：

$$\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\left(\boldsymbol{R}_{VV}^{(\mathrm{os})}\right)^{-1}\left(\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}}=\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_{VV}^{-1}\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}+\boldsymbol{\Delta}_m \tag{35}$$

式(35)表明，过采样方案能在数据符号估计中利用附加采样带来的额外有效信息。其等号右端第二项可理解为扣除与常规采样重复部分后，附加采样的贡献。若附加采样分量与常规采样分量高度相关，则其增益有限；若附加采样分量能够提供与多普勒扩展和残余ICI相关的非冗余信息，可进一步降低数据子载波估计误差。因此，在线性MMSE估计框架下，过采样方案对应的误差协方差不会大于常规采样方案。由于误差协方差矩阵的对角元素表示各数据子载波上的估计误差方差，其迹对应所有数据子载波误差方差之和，因此有：

$$\mathrm{tr}\left(\boldsymbol{R}_{e,m}^{(\mathrm{os})}\right)\leqslant\mathrm{tr}\left(\boldsymbol{R}_{e,m}\right) \tag{36}$$

为刻画第m个OFDM符号在数据子载波集合上的误差，定义第k个数据子载波对应的均方误差分别为$\mathrm{MSE}_{m,k}^{(\mathrm{os})}=\left[\boldsymbol{R}_{e,m}^{(\mathrm{os})}\right]_{k,k}$和$\mathrm{MSE}_{m,k}=\left[\boldsymbol{R}_{e,m}\right]_{k,k}$，其中$k=1,2,\cdots,N_\mathrm{d}$。于是，第$m$个OFDM符号在数据子载波集合上的归一化MSE可分别表示为：

$$\mathrm{NMSE}_m^{(\mathrm{os})}=\frac{1}{N_\mathrm{d}\sigma_d^2}\sum_{k=1}^{N_\mathrm{d}}\mathrm{MSE}_{m,k}^{(\mathrm{os})}=\frac{1}{N_\mathrm{d}\sigma_d^2}\mathrm{tr}\left(\boldsymbol{R}_{e,m}^{(\mathrm{os})}\right) \tag{37}$$

$$\mathrm{NMSE}_m=\frac{1}{N_\mathrm{d}\sigma_d^2}\sum_{k=1}^{N_\mathrm{d}}\mathrm{MSE}_{m,k}=\frac{1}{N_\mathrm{d}\sigma_d^2}\mathrm{tr}\left(\boldsymbol{R}_{e,m}\right) \tag{38}$$

由式(36)~式(38)可得，$\mathrm{NMSE}_m^{(\mathrm{os})}\leqslant\mathrm{NMSE}_m$。

定义跨N_sym个OFDM符号在数据子载波集合上的平均归一化MSE分别为：

$$\mathrm{NMSE}^{(\mathrm{os})}=\frac{1}{N_\mathrm{sym}N_\mathrm{d}\sigma_d^2}\sum_{m=1}^{N_\mathrm{sym}}\mathrm{tr}\left(\mathbf{R}_{e,m}^{(\mathrm{os})}\right) \tag{39}$$

$$\mathrm{NMSE}=\frac{1}{N_\mathrm{sym}N_\mathrm{d}\sigma_d^2}\sum_{m=1}^{N_\mathrm{sym}}\mathrm{tr}\left(\mathbf{R}_{e,m}\right) \tag{40}$$

于是有$\mathrm{NMSE}^{(\mathrm{os})}\leqslant\mathrm{NMSE}$。

当附加采样分量相对于常规采样分量仍能提供额外有效信息时，上述不等式通常为严格形式；反之，若附加采样分量与常规采样分量高度相关，则其性能改善会相应减弱。

4.2　误码率性能分析

由式(37)~式(40)可知，符号级归一化MSE实质上是数据子载波MSE在符号块内的平均值。因此，为分析过采样接收对BER的影响，需要考察单个数据子载波均衡输出端的等效信干噪比。

对于第m个OFDM符号的第k个数据子载波，线性MMSE均衡后的等效输出信干噪比可写为[17]：

$$\gamma_{m,k}^{(\mathrm{os})}=\frac{\sigma_d^2}{\mathrm{MSE}_{m,k}^{(\mathrm{os})}}-1,\quad \gamma_{m,k}=\frac{\sigma_d^2}{\mathrm{MSE}_{m,k}}-1 \tag{41}$$

在各数据子载波采用Gray编码的方形M-QAM调制，并将均衡后的残余干扰与噪声近似为复高斯变量，BER可近似为：

$$P_{b,m,k}^{(\mathrm{os})}\approx\frac{4}{\mathrm{lb}M}\left(1-\frac{1}{\sqrt{M}}\right)Q\left(\sqrt{\frac{3\gamma_{k,m}^{(\mathrm{os})}}{M-1}}\right) \tag{42}$$

$$P_{b,m,k}\approx\frac{4}{\mathrm{lb}M}\left(1-\frac{1}{\sqrt{M}}\right)Q\left(\sqrt{\frac{3\gamma_{m,k}}{M-1}}\right) \tag{43}$$

其中，$Q(\cdot)$为高斯Q函数。在调制阶数和判决规则不变时，BER主要由均衡输出端等效信干噪比决定。将式(41)代入式(42)，可得BER与误差协方差对角元的直接关系：

$$P_{b,m,k}^{(\mathrm{os})} \approx \frac{4}{\mathrm{lb}M}\left(1-\frac{1}{\sqrt{M}}\right)Q\left(\sqrt{\frac{3}{M-1}\left(\frac{\sigma_d^2}{\left[\boldsymbol{R}_{e,m}^{(\mathrm{os})}\right]_{k,k}}-1\right)}\right) \tag{44}$$

由式(44)可得，BER不仅与调制阶数M和σ_d^2有关，还取决于$\left[\boldsymbol{R}_{e,m}^{(\mathrm{os})}\right]_{k,k}$，该矩阵综合表征了残余ICI、过采样因子$\mu$以及循环前缀长度$N_{\mathrm{cp}}$对系统性能的影响。

对于给定调制阶数M，单个数据子载波的BER是均衡输出端信干噪比$\gamma_{k,m}^{(\mathrm{os})}$的单调递减函数，因此，$\mu$对BER的影响可归结为其对$\gamma_{k,m}^{(\mathrm{os})}$的影响。

针对同一OFDM符号时长，增大μ等价于引入更多附加采样点，使参与均衡的接收样本数增加。当附加采样点包含非冗余信息时，线性MMSE均衡对残余ICI与噪声的抑制能力增强，数据子载波估计误差降低，进而使平均BER下降。

进一步地，定义跨N_{sym}个OFDM符号和N_{d}个数据子载波的平均BER分别为：

$$\bar{P}_b^{(\mathrm{os})} = \frac{1}{N_{\mathrm{sym}}N_{\mathrm{d}}}\sum_{m=1}^{N_{\mathrm{sym}}}\sum_{k=1}^{N_{\mathrm{d}}}P_{b,m,k}^{(\mathrm{os})} \tag{45}$$

$$\bar{P}_b = \frac{1}{N_{\mathrm{sym}}N_{\mathrm{d}}}\sum_{m=1}^{N_{\mathrm{sym}}}\sum_{k=1}^{N_{\mathrm{d}}}P_{b,m,k} \tag{46}$$

其中，$P_{b,m,k}^{(\mathrm{os})}$由式(44)给出。由于$P_{b,m,k}^{(\mathrm{os})}$随$\gamma_{k,m}^{(\mathrm{os})}$单调递减，在附加采样点不完全冗余时，$\bar{P}_b^{(\mathrm{os})}$随$\mu$增大而下降。随着$\mu$继续增大，附加采样相关性增强，信息增益递减，BER改善幅度通常逐渐减小并趋于饱和。

4.3　复杂度分析

在接收端采用μ倍过采样时，每个OFDM符号的离散采样点数由N增至$N_\mu = \mu N$。由于本文均衡器以数据符号向量$\boldsymbol{d}_m$为估计目标，扣除导频贡献后，过采样等效接收模型可写为：

$$\tilde{\boldsymbol{Y}}_m^{(\mathrm{os})} = \boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\boldsymbol{d}_m + \boldsymbol{V}_m^{(\mathrm{os})} \tag{47}$$

在$\boldsymbol{R}_{dd} = \sigma_d^2\boldsymbol{I}_{N_{\mathrm{d}}}$的常用假设下，式(25)通过Cholesky分解$\boldsymbol{R}_{VV}^{(\mathrm{os})} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{C}^{\mathrm{H}}$，并通过两次三角回代完成对$\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}$和$\tilde{\boldsymbol{Y}}_m^{(\mathrm{os})}$的等价变化。记$\bar{\boldsymbol{G}}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})} = \boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}$，$\bar{\boldsymbol{Y}}_m^{(\mathrm{os})} = \boldsymbol{C}^{-1}\tilde{\boldsymbol{Y}}_m^{(\mathrm{os})}$，式(25)可改写为：

$$\hat{\boldsymbol{d}}_m^{(\mathrm{os})} = \left(\left(\bar{\boldsymbol{G}}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}}\bar{\boldsymbol{G}}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})} + \frac{1}{\sigma_d^2}\boldsymbol{I}_{N_{\mathrm{d}}}\right)^{-1}\left(\bar{\boldsymbol{G}}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}}\bar{\boldsymbol{Y}}_m^{(\mathrm{os})} \tag{48}$$

进一步地，令$\boldsymbol{A} = \left(\bar{\boldsymbol{G}}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}}\bar{\boldsymbol{G}}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})} + \frac{1}{\sigma_d^2}\boldsymbol{I}_{N_{\mathrm{d}}}$，$\boldsymbol{b} = \left(\bar{\boldsymbol{G}}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}}\bar{\boldsymbol{Y}}_m^{(\mathrm{os})}$，采用Cholesky分解$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{L}\boldsymbol{L}^{\mathrm{H}}$并通过两次三角回代求解$\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{d}}_m^{(\mathrm{os})} = \boldsymbol{b}$。若将$\boldsymbol{R}_{VV}^{(\mathrm{os})}$视为由过采样接收滤波结构决定的固定矩阵，则其Cholesky分解可预先计算一次。此时，单个OFDM符号的主要计算量包括对$\boldsymbol{G}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}$进行变换的$O\left(N_\mu^2 N_{\mathrm{d}}\right)$，对$\tilde{\boldsymbol{Y}}_m^{(\mathrm{os})}$进行变换的$O\left(N_\mu^2\right)$，形成Gram矩阵$\left(\bar{\boldsymbol{G}}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}\right)^{\mathrm{H}}\bar{\boldsymbol{G}}_{\mathrm{d},m}^{(\mathrm{os})}$的$O\left(N_{\mathrm{d}}^2 N_\mu\right)$，计算$\boldsymbol{b}$的$O\left(N_\mu N_{\mathrm{d}}\right)$，以及对$N_{\mathrm{d}} \times N_{\mathrm{d}}$矩阵$\boldsymbol{A}$的Cholesky分解与回代所需的$O\left(N_{\mathrm{d}}^3\right)$与$O\left(N_{\mathrm{d}}^2\right)$。

因此，忽略低阶项时，过采样方案面向数据符号估计的总体复杂度可近似为$O\left(N_{\mathrm{d}}^2 N_\mu + N_\mu^2 N_{\mathrm{d}} + N_{\mathrm{d}}^3\right)$。若进一步将$\boldsymbol{R}_{VV}^{(\mathrm{os})}$的Cholesky分解也计入逐符号开销，则总体复杂度将增加为$O\left(N_{\mathrm{d}}^3 + N_{\mathrm{d}}^2 N_\mu + N_\mu^2 N_{\mathrm{d}} + N_\mu^3\right)$。

与常规采样相比，μ=1时上述复杂度退化为：

$$O\left(N^2 N_{\mathrm{d}} + N N_{\mathrm{d}}^2 + N_{\mathrm{d}}^3\right) \tag{49}$$

因此，过采样方案带来的额外复杂度主要来自采样点数由N增至$N_\mu = \mu N$后的矩阵变换与Gram矩阵构造开销。尽管过采样增加了乘加运算量，但主要由DFT、矩阵乘法、Gram矩阵构造、Cholesky分解和三角回代等规则线性运算组成，不含逐符号判决反馈，便于并行乘加阵列、流水线结构和预计算模块实现。因此，在换取误码性能改善的同时，该方案具有工程实现可行性。

5　仿真结果

5.1　仿真条件设定

针对高速移动下多普勒扩展引起的ICI与频谱能量外溢问题，本文在保持OFDM发射端体制和参数不变的条件下，仅改变接收端处理，验证接收端μ倍过采样MMSE均衡方法的性能。仿真采用IEEE 802.16d的256点OFDM参数，其中数据子载波数为192，调制方式为16QAM，具体参数如表1所示，并与文献[18-19]的基准设置一致。为突出均衡阶段增益，仿真采用理想信道状态信息，暂不考虑导频估计误差。实际系统中，信道估计误差会导致MSE

和BER退化，但过采样可提供更多样本，OS-MMSE相对于常规采样接收的潜在增益仍可能保留。

表1　　OFDM系统仿真参数

仿真参数	参数值
IFFT长度/点	256
数据子载波数	192
子载波间隔/Hz	19 531.25
信号带宽/MHz	5

为评估所提OS-MMSE方法在不同信道条件下的适应性与鲁棒性，本文选取3GPP NR标准中具有代表性的TDL系列信道模型并叠加加性白高斯噪声（additive white Gaussian noise, AWGN）。仿真包括AWGN信道和非视距（non-line-of-sight，NLOS）TDL-C信道，前者用于刻画无多径和多普勒效应时的基准性能，后者用于检验典型多径时变高速信道下的性能增益与适用范围。

AWGN信道下OS-MMSE与MMSE的BER和MSE曲线分别如图5和图6所示。结果表明，在AWGN信道下，所提OS-MMSE方案与常规MMSE在BER与MSE指标上几乎一致。其原因在于，AWGN场景不包含多径时延扩展与多普勒扩展，频域信道矩阵近似对角，子载波间不存在结构性ICI。此时，接收端过采样难以提供额外独立约束，在理想同步与理想信道状态假设下，两者性能上限相同，也验证了所建过采样接收模型在退化情形下与常规OFDM模型一致。

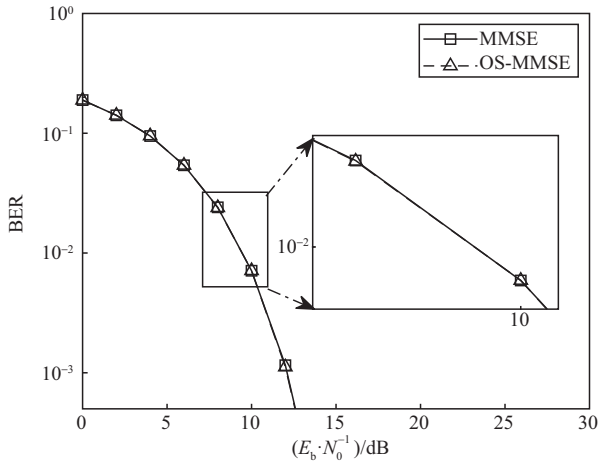

图5　AWGN信道下OS-MMSE与MMSE的BER曲线

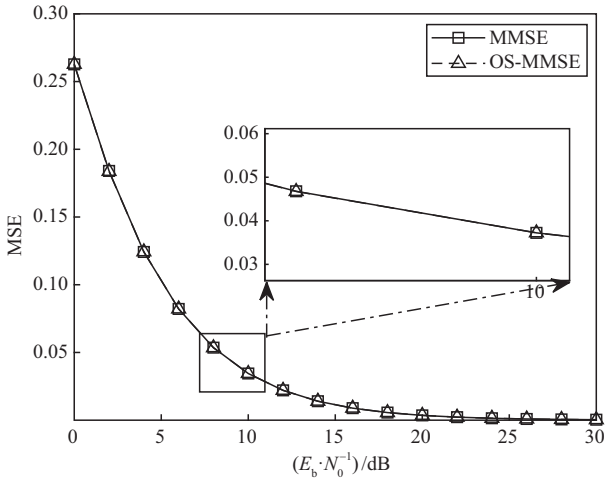

图6　AWGN信道下OS-MMSE与MMSE的MSE曲线

表2给出了3GPP NR TDL-C信道的主要仿真参数，用于刻画多径与多普勒共同作用下的双选衰落场景。用户速度30 km/h仅作为统一比较常规MMSE、OS-MMSE和已有重构方法的基准移动场景，并不代表全部高速移动条件，更强时变信道下的性能将在5.4节通过不同最大多普勒频移进一步分析。TDL-C场景下多普勒扩展会增强ICI，过采样可提供更密集的离散样本，使均衡器更充分地利用由时变信道引入的结构性分量，体现出与AWGN场景不同的性能差异。该结论与前文理论分析保持一致，相关仿真参数与结果对照可参考文献[18]。

表2　　TDL-C信道模型及循环前缀配置

参数名称	参数值
载频/GHz	3.5
用户速度/(km·h^{-1})	30
最大多普勒频移/Hz	97
RMS时延扩展/ns	100
循环前缀长度/点	18

图7给出了TDL-C信道下常规MMSE均衡、OS-MMSE(μ=2)与文献[7]WU-OOFDM重构方法的BER对比结果。在表2参数下，性能退化主要是由多普勒扩展引起的ICI。随着$\frac{E_b}{N_0}$增大，3种方法的BER均下降。OS-MMSE在中高信噪比区间优于常规MMSE，说明过采样能够利用附加接收信息改善符号判决性能。WU-OOFDM的BER略优于本文方法，但需白化、反馈滤波和串行判决，复杂度与时延更高，因此OS-MMSE具有更好的性能–复杂度折中。

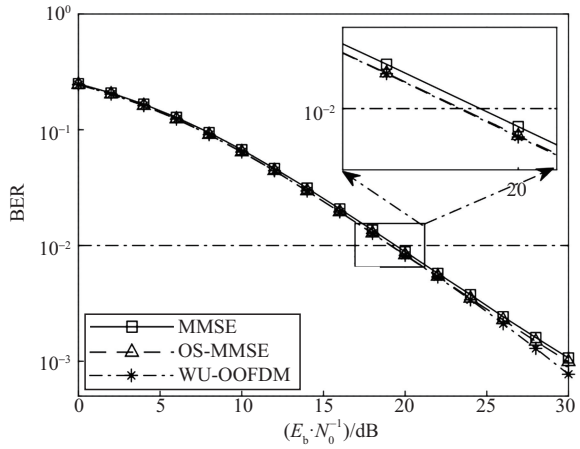

图7　TDL-C 信道下 3 种方法的 BER 曲线

图 8 给出了对应的 MSE 性能。OS-MMSE 在各信噪比区间均低于常规 MMSE，说明附加采样样本增强了线性均衡对噪声和残余 ICI 的抑制能力。结合图 7 可见，WU-OOFDM 虽在 BER 上略优，但 MSE 并不占优，尤其在低信噪比区间更明显，说明其增益主要来自最终判决过程，而 OS-MMSE 更侧重于低复杂度下的稳健线性估计。

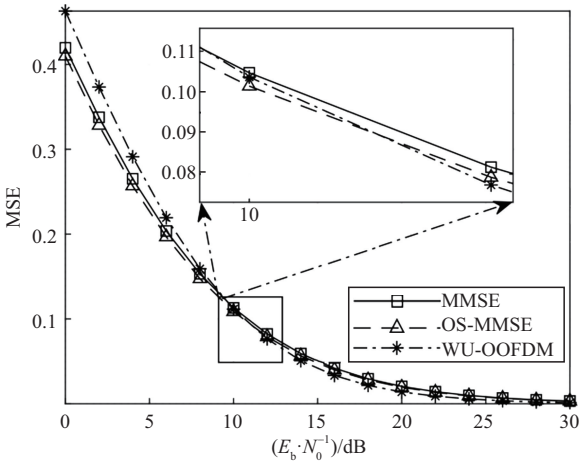

图8　TDL-C 信道下 3 种方法 MSE 曲线

5.2　过采样倍数对算法影响

图 9 对比了 TDL-C 信道下不同过采样因子 μ 的 OS-MMSE BER 性能。随着 $\frac{E_b}{N_0}$ 增大，各曲线均单调下降。μ=2 相比常规 MMSE 在中高 $\frac{E_b}{N_0}$ 区间 BER 明显更低，而低 $\frac{E_b}{N_0}$ 区间增益有限。进一步将 μ 增大至 μ=4 和 μ=8 后，BER 曲线与 μ=2 基本重合，说明当前参数下过采样增益已趋于饱和。其原因在于：随着 μ 继续增大，新增采样点相关性增强，额外采样带来的补充作用快速减弱，因而难以进一步降低 BER。综合来看，本设置下 μ=2 可实现较优的性能–复杂度折中。

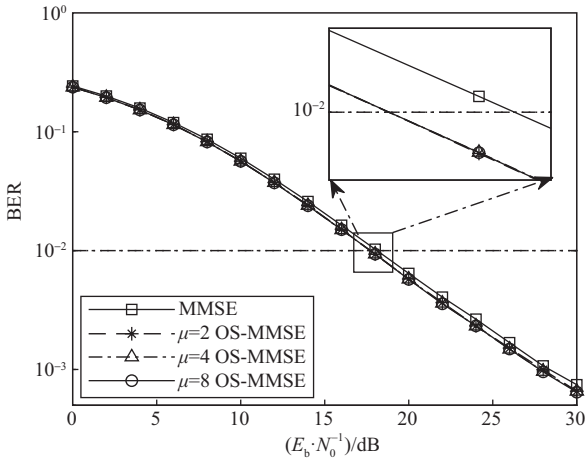

图9　TDL-C 信道下不同过采样因子 μ 的 OS-MMSE BER 性能

图 10 给出了对应的 MSE 曲线。随着 $\frac{E_b}{N_0}$ 增大，MSE 均单调下降，μ=2 的 OS-MMSE 明显优于常规 MMSE，与图 9 的 BER 改善趋势一致；虽然 μ=4 和 μ=8 在 MSE 放大区域仍可能出现细微差别，但由于 BER 为硬判决指标，轻微误差降低未必转化为明显 BER 改善。综合性能与复杂度，当前设置下 μ=2 已具有较好的工程可实现性。

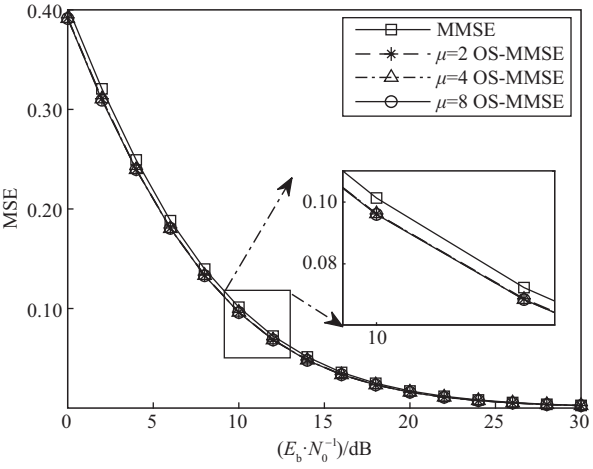

图10　TDL-C 信道下改变过采样倍数的 MSE 曲线

5.3　CP 长度对算法影响

图 11 比较了 TDL-C 信道下不同 CP 长度（N_{CP}=

0、4、18）时常规MMSE与μ=2时OS-MMSE的BER性能。随着$\frac{E_b}{N_0}$增大，各曲线均单调下降，且在3种CP配置下，OS-MMSE的BER均低于对应的常规MMSE，这表明所提方法对不同CP长度具有良好的适应性，可在判决前提供更有效的均衡支撑，降低残余ICI对判决的影响。

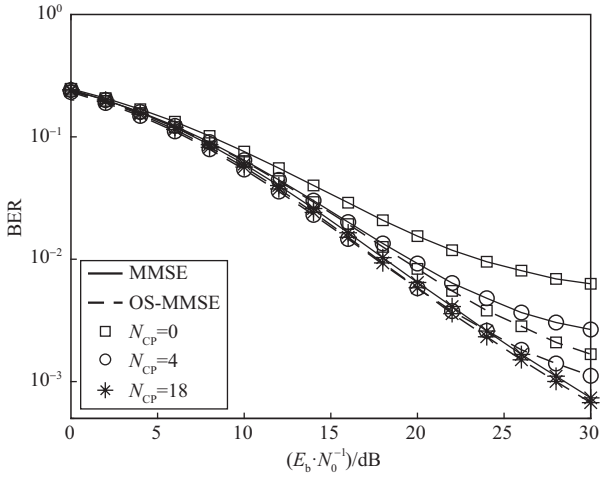

图11　TDL-C信道下改变CP长度的误码曲线

图12给出了相同条件下的MSE对比。3种CP配置下，OS-MMSE的MSE均低于常规MMSE，这表明OS-MMSE能够在均方意义下稳定提升符号估计质量。放大区域中两种方法仍存在可分辨差异，进一步表明该方法的性能收益不仅体现在BER层面，也体现在估计误差的持续降低上。

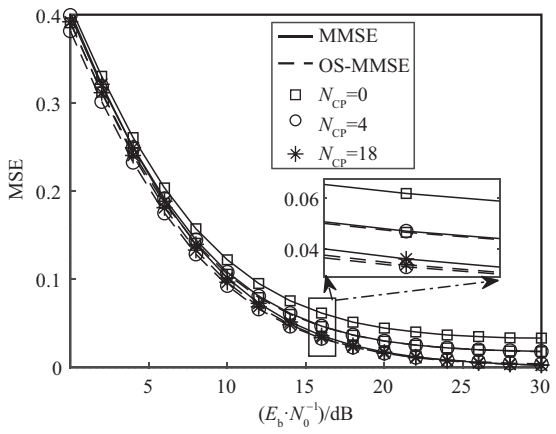

图12　TDL-C信道下改变CP长度的MSE曲线

5.4　多普勒频移扩展大小对算法影响

为考察不同信道时变强度下的适用性，图13比较了TDL-C信道下f_d=100 Hz、300 Hz、1 000 Hz时常规MMSE与OS-MMSE的BER性能。在载频f_c=3.5 GHz条件下，上述多普勒频移约对应30.9 km/h、92.6 km/h和308.6 km/h，其中f_d=1 000 Hz可对应高速移动场景。结果表明，各f_d下OS-MMSE的BER均低于常规MMSE，且在中高$\frac{E_b}{N_0}$区间优势稳定，这表明过采样有助于抑制时变信道下残余ICI及噪声影响。

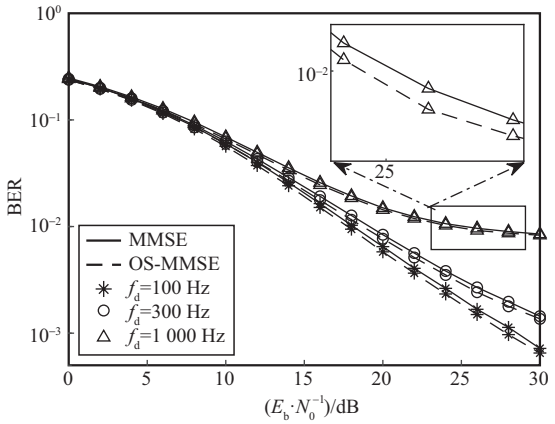

图13　TDL-C信道下改变多普勒频移扩展大小的BER曲线

图14给出了对应的MSE对比。在3种f_d条件下，OS-MMSE的MSE均低于常规MMSE。局部放大结果进一步验证了这一差异，这表明OS-MMSE能够更充分地利用额外采样信息增强对时变引起的频谱扩展成分的捕获与融合，从而稳定地降低估计误差。

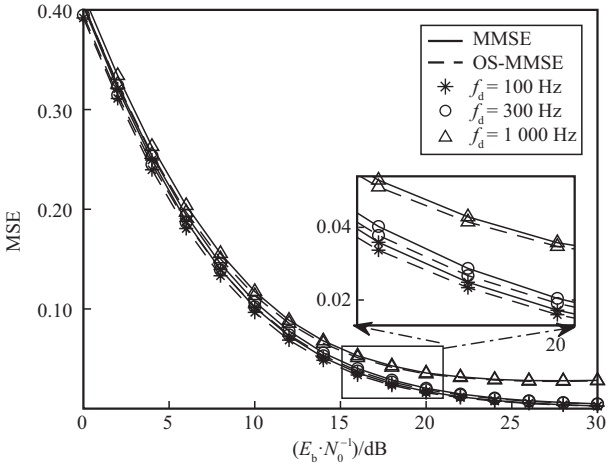

图14　TDL-C信道下改变多普勒频移扩展大小的MSE曲线

6　结束语

针对高速移动信道下OFDM系统易受多普勒

扩展和ICI影响的问题，本文提出一种接收端过采样辅助的线性MMSE重构增强方法。该方法不改变发射端结构、子载波间隔和CP配置，仅提高接收端采样率，并面向原始数据子载波构造MMSE均衡器。理论与仿真结果表明，在附加采样分量不完全冗余时，所提方法可降低数据子载波上的误差协方差和平均MSE，在AWGN信道下不引入明显性能损失，在时变信道下优于常规MMSE，并对过采样倍数、循环前缀长度和多普勒频移具有较好的适应性。与复杂重构或判决反馈类方法相比，所提方法采用纯线性处理结构，复杂度更低、运算更规则、并行实现更方便，适用于高速铁路、车联网和高速移动宽带接入等强时变信道场景。

参考文献：

[1] Wang T J, Proakis J G, Masry E, et al. Performance degradation of OFDM systems due to Doppler spreading[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2006, 5(6): 1422-1432.

[2] Zhang J A, Zhang H Y, Wu K, et al. Wireless communications in doubly selective channels with domain adaptivity[J]. IEEE Communications Magazine, 2025, 63(5): 102-108.

[3] Barhumi I, Leus G, Moonen M. Equalization for OFDM over doubly selective channels[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54 (4): 1445-1458.

[4] Tang Z J, Leus G, Cannizzaro R C, et al. Pilot-assisted time-varying OFDM channel estimation[C]//Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing Proceedings. Piscataway: IEEE Press, 2006: 133-136.

[5] Wang Y, Guo Q, Xiang J H, et al. Doubly selective channel estimation for FBMC and OFDM systems based on MIR correlation[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2025, 14(3): 851-855.

[6] 李国军, 郑翔, 王杰. 高速移动环境下OTSMB-LMMSE-PIC迭代检测方法[J]. 通信学报, 2025, 46(1): 13-22.
Li G J, Zheng X, Wang J. B-LMMSE-PIC iterative detection method for OTSM in high-speed mobile environment[J]. Journal on Communications, 2025, 46(1): 13-22.

[7] Wu J X. Oversampled orthogonal frequency division multiplexing in doubly selective fading[C]//Proceedings of the 2008 IEEE Wireless Communications and Networking Conference. Piscataway: IEEE Press, 2008: 177-181.

[8] Shi Q H, Liu L, Guan Y L, et al. Fractionally spaced frequency-domain MMSE receiver for OFDM systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2010, 59(9): 4400-4407.

[9] Wang Z H, Zhou S L, Giannakis G B, et al. Frequency-domain oversampling for zero-padded OFDM in underwater acoustic communications [C]//Proceedings of the 2010 IEEE Global Telecommunications Conference GLOBECOM 2010. Piscataway: IEEE Press, 2010: 1-5.

[10] Chen Z R, Wang J T, Zhang C, et al. Time-domain oversampled receiver for OFDM in underwater acoustic communication[C]//Proceedings of the 2014 IEEE 80th Vehicular Technology Conference (VTC2014-Fall). Piscataway: IEEE Press, 2014: 1-5.

[11] Peng B, Rossi P S, Dong H F, et al. Time-domain oversampled OFDM communication in doubly-selective underwater acoustic channels[J]. IEEE Communications Letters, 2015, 19(6): 1081-1084.

[12] Peng B, Dong H F. An iterative receiver for time-domain oversampled OFDM system over time-varying underwater acoustic channels[J]. Applied Acoustics, 2021, 177: 107923.

[13] Zhu Z N, Wan L, Cheng E, et al. Bidirectional equalization receiver for underwater acoustic OFDM systems using frequency-domain oversampling[C]//Proceedings of the 2022 IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing (ICSPCC). Piscataway: IEEE Press, 2022: 1-6.

[14] Wang Y J, Zhang Q F, Zhang L L, et al. Frequency-domain oversampling for zero padded orthogonal signal-division multiplexing[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2025, 32: 4109-4113.

[15] Hager W W. Updating the inverse of a matrix[J]. SIAM Review, 1989, 31(2): 221-239.

[16] Horn R A, Johnson C R. Matrix analysis[M]. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2013.

[17] Li P, Paul D, Narasimhan R, et al. On the distribution of SINR for the MMSE MIMO receiver and performance analysis[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(1): 271-286.

[18] Sun B. CP-free OFDM for future wireless communication systems[D]. Tampere: Tampere University, 2019.

[19] 邱昕, 张浩, 亓中瑞, 等. CP不足情况下OFDM系统信道估计与均衡[J]. 电子科技大学学报, 2009, 38(2): 198-201.
Qiu X, Zhang H, Qi Z R, et al. Channel estimation and equalization of OFDM systems with insufficient cyclic prefix[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2009, 38(2): 198-201.

[作者简介]



沙学军（1966– ），男，博士，哈尔滨工业大学教授，主要研究方向为变换域通信系统分析与设计、时频协同信号特征控制与统计隐藏。



王艺婷（2003– ），女，哈尔滨工业大学硕士生，主要研究方向为变换域信道补偿方法与联合均衡、无线通信物理层安全。



房宵杰（1989– ），男，博士，哈尔滨工业大学教授，主要研究方向为无线通信物理层安全、变换域通信技术。



王思涵（2002– ），女，哈尔滨工业大学硕士生，主要研究方向为无线通信物理层安全、通信信号处理。